

Aula 3 – Problemas: Diagrama de Venn

Objetivo da Aula

Aplicar conceitos de teoria de conjuntos e diagrama de Venn reforçando o entendimento destes conceitos.

Apresentação

A matemática discreta é a parte da matemática que estuda estruturas não contínuas. Nesta aula iremos explorar os conceitos de teoria dos conjuntos e diagrama de Venn. O diagrama de Venn é uma maneira de mostrar graficamente um conjunto, para isso aplicamos uma linha fechada. Desta forma, nesta aula, iremos apresentar alguns cenários/problemas e verificar as soluções para os casos propostos baseados nos conceitos da teoria dos conjuntos e diagrama de Venn.

1. Problemas Teoria de Conjuntos e Diagrama de Venn

Nesta aula, veremos problemas focados na teoria de conjunto e diagrama de Venn. Estes exercícios vão permitir o uso de conhecimentos matemáticos para resolução de simples casos apresentados. Todos os problemas apresentados estão baseados na teoria de conjunto e na representação gráfica do diagrama de Venn. Lembre-se que o estudo dos conjuntos é o agrupamento ou coleção de coisa e temos as seguintes principais notações:

- (U) união: inclui todos os elementos de todos os conjuntos;
- $(\cap)$ interseção: elementos comuns aos conjuntos apresentados, entre conjuntos;
- $(-)$ complemento relativo: elementos que estão no primeiro conjunto e não estão no segundo; e
- $(\emptyset)$ vazio: conjunto que não elementos.

Utilize os conjuntos descritos abaixo para resolver os exercícios 1 e 2:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{6, 7, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$D = \{3, 6, 9\}$$

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$F = \{3, 9, 27, 81\}$$

01. Considerando os conjuntos A, B, C, D, E e F descritos acima resolva as seguintes operações de conjuntos:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap B$
- c) $(E - A) - B$
- d) $B \cup D$
- e) $C \cap D$
- f) $E \cup F$
- g) $A \cap (B \cup C)$
- h) $A - (B \cup D)$
- i) $(B - D) \cap C$
- j) $(B \cup C) \cap (A - D)$
- k) $(F \cap E) \cap (A - B)$

02. Ainda utilizando os grupos A, B, C, D, E e F descritos acima desenhe os seguintes diagramas de Venn:

- a) Incluindo A e B
- b) Incluindo A, B, D e E

03. Qual é a interseção entre o Conjunto de números inteiros e o conjunto de números inteiros pares?

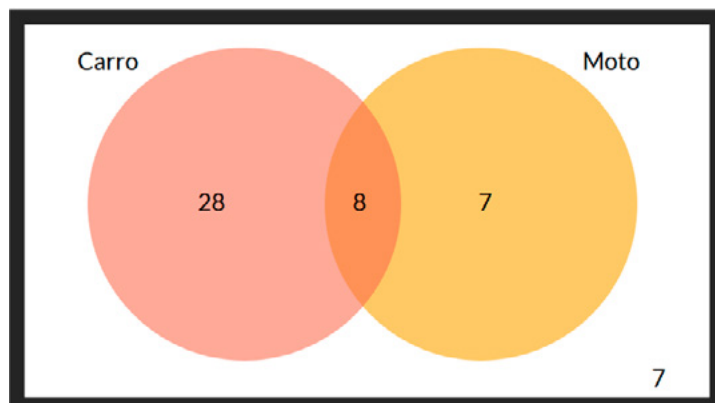
04. Qual seria a união entre o conjunto de números ímpares negativos inteiros e o conjunto de números pares positivos inteiros?

05. Considerando o conjunto de números inteiros como o conjunto universal responda:

- a) Qual é o complemento de um **conjunto de números inteiros** maior que 9?
- b) Qual é o complemento do **conjunto vazio**?
- c) Qual o complemento do **conjunto de números inteiros negativos**?

06. Em uma turma de ensino médio 13 alunos jogam futebol, 8 jogam vôlei, 5 jogam ambos e 12 não jogam nenhum dos dois. **Desenhe o diagrama de Venn** que represente esta situação e diga **quantos alunos há no total** nesta turma.

07. Em um condomínio antigo que não há garagem, os condôminos resolveram levantar dados de quantos deles possuíam carros e motos para considerar a criação de uma garagem. O seguinte diagrama foi montado:



Levando em conta este diagrama, **responda**:

- Quantos condôminos possuem carro?
- Quantos condôminos possuem moto?
- Qual o total de condôminos neste condomínio?

08. Uma certa empresa de tecnologia possui atualmente 18 desenvolvedores. Dos quais 7 programadores são seniores e 10 programadores trabalham em mais de um contrato. Se sabemos que exatamente 2 seniores trabalharam em mais de um contrato, **quantos programadores são não seniores que trabalham em seu primeiro contrato? Desenhe o diagrama de Venn** desta ocorrência.

09. Em uma escola de ensino fundamental, o professor perguntou aos 24 alunos de sua turma quantos tinham, pelo menos, um cachorro, e então, pelo menos, um gato. 15 alunos disseram ter pelo menos um cachorro e 10 alunos disseram ter ao menos um gato enquanto 3 alunos disseram não ter nenhum nem outro. **Quantos alunos** possuem pelo menos um gato, mas nenhum cachorro? **Desenhe** o diagrama de Venn.

2. Soluções

01. Aqui seguem as respostas das operações de conjunto conforme os conjuntos descritos:

- $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Uma união é somente a soma dos componentes dos dois conjuntos, sem contabilizar aqueles que se duplicam (a interseção 7, por exemplo).

- $A \cap B = \{7\}$

Uma interseção é um novo conjunto que possui todos os elementos em comum dos conjuntos que o originam.

c) **(E-A) - B**

$$E-A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$(E-A) - B = \{2, 3\}$$

Primeiro, resolvemos os parênteses para depois seguirmos as operações. A diferença entre conjuntos representa tudo que pertence ao primeiro, mas não pertence ao segundo.

d) **BUD** = {3, 6, 7, 8, 9}

Novamente, somente uma união simples de dois conjuntos formando um novo conjunto.

e) **C ∩ D** = ∅

Não há nenhum elemento em comum entre C e D, portanto o conjunto de sua interseção é um conjunto vazio.

f) **EUF** = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 27, 81}

Mais uma simples união.

g) **A ∩ (BUC)**

$$BUC = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap (BUC) = \{1, 5, 7\}$$

Primeiro, resolvemos a união entre B e C e então fazemos a interseção deste novo conjunto com A.

h) **A - (BUD)**

$$BUD = \{3, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A - (BUD) = \{1, 5\}$$

Primeiro, resolvemos a união entre B e D para então fazermos a diferença entre A e este novo conjunto formado pela união.

i) **(B-D) ∩ C**

$$B-D = \{7, 8\}$$

$$(B-D) \cap C = \{\emptyset\}$$

Primeiro, resolvemos a diferença entre B e D e então conferimos a interseção entre o novo conjunto e C, porém não há nenhum elemento de interseção. Portanto, o resultado é um conjunto vazio.

j) **(BUC) ∩ (A-D)**

$$BUC = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A-D = \{1, 5, 7\}$$

$$(BUC) \cap (A-D) = \{1, 5, 7\}$$

Desta vez temos três etapas. Resolvemos os dois parênteses que são a união entre B e C e a diferença entre A e D e então podemos resolver a interseção entre estes dois novos conjuntos.

k) **(F ∩ E) ∩ (A-B)**

$$F \cap E = \{3, 9\}$$

$$A-B = \{1, 3, 5, 9\}$$

$$(F \cap E) \cap (A-B) = \{3, 9\}$$

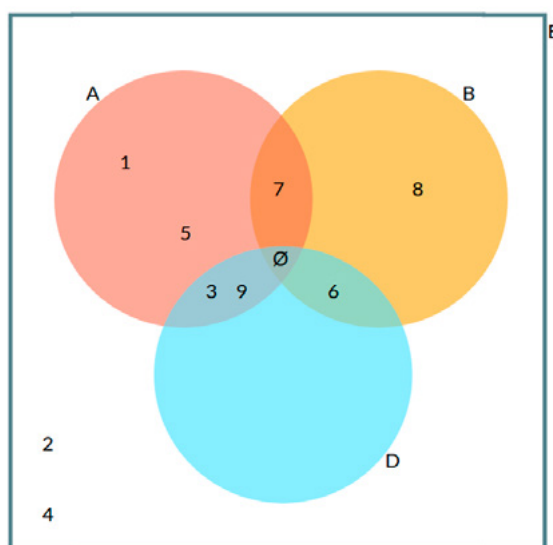
02. Aqui, temos três etapas novamente. Primeiro, resolvemos os dois parênteses, que são a intersecção entre (F) e (E) e a diferença entre (A) e (B). Então, podemos resolver a intersecção entre estes dois novos conjuntos.

Vamos agora desenhar os diagramas de Venn utilizando os conjuntos fornecidos. Para fazer um diagrama de Venn temos que fazer um círculo para cada conjunto, estes círculos se interceptam quando há elementos em comum entre eles.

a) Diagrama de Venn entre A e B deve ficar parecido com este:



b) Já o Diagrama entre A, B, D e E deve ficar parecido com este:



Repare que o conjunto E está representado quase como se fosse o conjunto Universo deste diagrama em particular. Outras Apresentações são possíveis, contando que se respeite as intersecções entre os conjuntos em questão.

03. Conjunto de números inteiros = {...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}

Conjunto de números inteiros pares = {..., -4, -2, 0, 2, 4,...}

Uma intersecção é um novo conjunto que possui todos os elementos que pertencem a ambos os conjuntos que o formam, no caso a intersecção dentre estes dois conjuntos é idêntico ao

conjunto de números inteiros pares, pois o conjunto de números inteiros pares é um sub-conjunto do conjunto de números inteiros.

04. Conjunto de números ímpares negativos = {..., -7, -5, -3, -1}

Conjunto de números pares positivos inteiros = {0, 2, 4, 6, 8,...}

A união é a soma de todos seus elementos e, portanto, fica = {..., -7, -5, -3, -1, 0, 2, 4, 6, 8,...}.

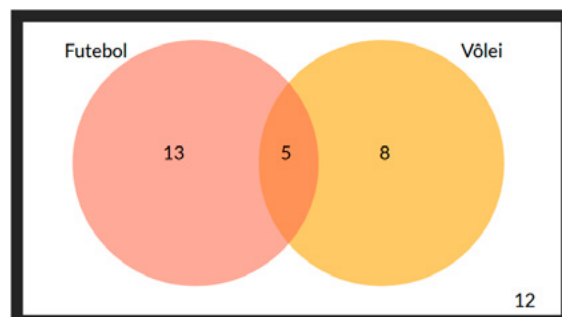
05. O conjunto de números inteiros = {..., -2, -1, 0, 1, 2,...}. Sabendo isso, podemos resolver as seguintes perguntas.

a) O conjunto de números inteiros maior que 9 seria = {10, 11, 12,...}. Considerando o conjunto de números inteiros como o conjunto universal, o complemento do conjunto de números inteiros maior que 9 seria = {..., 6, 7, 8, 9}.

b) O complemento de um conjunto vazio sempre será o conjunto universal, que neste caso é o conjunto de números inteiros.

c) O complemento do conjunto de números inteiros negativos é o conjunto de números inteiros não negativos, ou seja, o conjunto de 0 e todos os números inteiros positivos. Isso ficaria assim = {0, 1, 2, 3,...}.

06. O diagrama de Venn desta situação ficaria assim:



O total de alunos é a simples soma de todos os valores, portanto:
 $13 + 5 + 8 + 12 = 38$ alunos no total nesta turma.

07. Levando em consideração o diagrama apresentado, podemos responder que:

a) $28 + 8 = 36$ dos condôminos possuem carro.

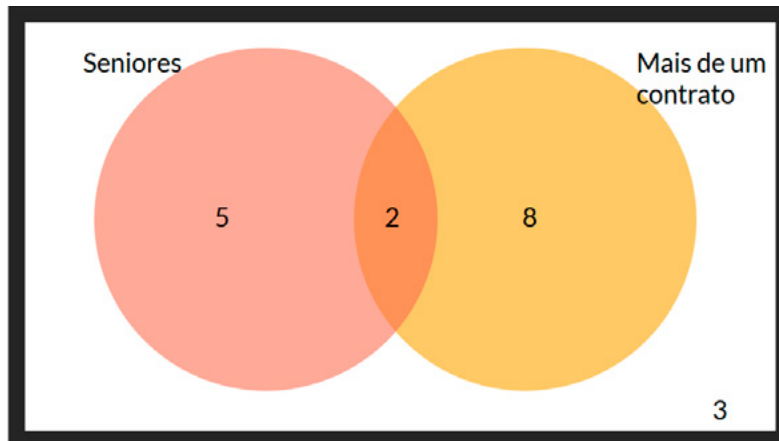
b) $7 + 8 = 15$ dos condôminos possuem moto.

c) $28 + 8 + 7 + 7 = 50$ condôminos no total.

08. 3 funcionários não seniores trabalham em seu primeiro contrato. A empresa possui dois seniores que trabalharam em mais de um contrato. Assim, dos 7 seniores, os outros 5 trabalham em seu primeiro contrato. E das 10 pessoas que trabalharam em mais de um

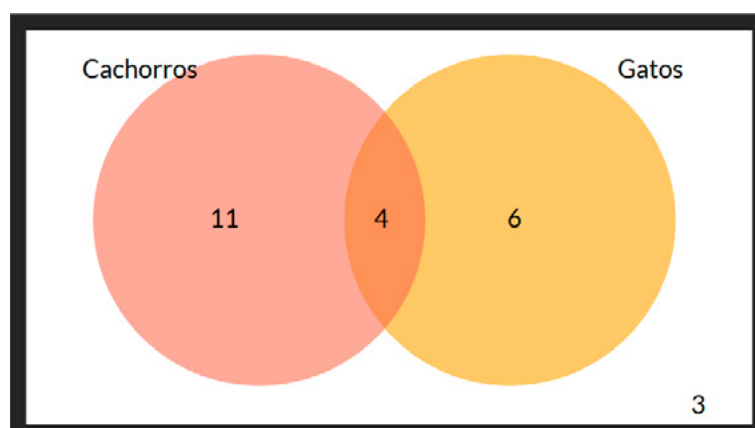
contrato, 8 são não seniores. Isso representa 15 funcionários da empresa, portanto, os três restantes são não seniores que trabalham no primeiro contrato.

Aqui está o diagrama de Venn relacionado:



Neste caso, há três conjuntos, o universal consiste em todos os desenvolvedores da empresa, o conjunto "seniores" é um subconjunto que possui todos os programadores seniores e o conjunto "mais de um contrato" representa programadores que já trabalharam em mais de um contrato. O que resta de valor no conjunto universal é justamente a resposta que procuramos, não seniores que não trabalharam em mais de um contrato.

09. Sabendo que 3 alunos não possuem nenhum dos dois animais e que o total da turma são 24 alunos, podemos concluir que 21 alunos possuem pelo menos um destes animais. Se somarmos 15 alunos que possuem cachorro com 10 que possuem gatos obtemos $15 + 10 = 25$, 4 a mais do que a quantidade de alunos que sabemos possuir animais. Portanto, sabemos que 4 é o número de alunos que possuem os dois animais. Vamos desenhar o diagrama de Venn com estas informações:



Assim podemos observar que o número de alunos que possui pelo menos um gato, mas nenhum cachorro, é 6.

Considerações Finais da Aula

Trabalhamos nesta aula problemas de teoria de conjunto e diagrama de Venn. Exercite de forma a consolidar estes conceitos importantes e empregado na área de computação e em todo nosso dia a dia. Lembre-se que conjunto pode ser qualquer coisa como pessoas, animais, objetos, planetas, por exemplo. No caso de computação, podemos exemplificar com níveis de acesso a um sistema, que são conjuntos de usuários com permissões pré-definidas, ou seja, a teoria de conjunto permite o agrupamento de usuários que enquadram em determinada restrição. Estes exercícios permitem trabalhar o raciocínio lógico. Veja os materiais complementares e links indicados para esta aula e faça os exercícios para o pleno desenvolvimento dos conceitos.

Materiais Complementares



Método Telles: Raciocínio Lógico Estratégico Operações com Conjuntos Prof Luis Telles

2017, Luis Telles.

Apresenta exercícios de concurso de teoria de conjuntos.

Link para acesso: <https://youtu.be/v60s8no5PPo> (acesso em 06 jun. 2023.)



CONJUNTOS | DIAGRAMA DE VENN | EXERCÍCIOS

2020, Dicsdemat Sandro Curió.

Apresenta exercícios envolvendo teoria de conjuntos e diagrama de Venn.

Link para acesso: <https://youtu.be/DHKa-tekYzY>; (acesso em 06 jun. 2023.)

Referências

ABDALLA, S. L. **Raciocínio lógico para concursos**. São Paulo: Saraiva Educação, 2018.

ZEGARELLI, M. **1.001 Problemas de Matemática Básica e Pré-Álgebra Para Leigos**. Rio de Janeiro: Alta Books, 2016.