

Aula 1 – Problemas: Lógica

Objetivo da Aula

Aplicar conceitos de lógica da matemática em problemas de lógica proposta a fim de determinar soluções possíveis.

Apresentação

A lógica tem um papel importante na computação. A estreita ligação da lógica com a computação pode ser vista, por exemplo, nas linguagens de modelagem de situações e problemas para serem sistematizados. Desta forma, nesta aula iremos apresentar alguns cenários/problemas e verificar as soluções para os casos propostos.

1. Problemas de Lógica

Nesta aula veremos problemas de lógica, seus operadores e conectivos. Estes exercícios vão te pedir conhecimentos específicos de fórmulas lógicas, assim como que repare em padrões para inferir as soluções. É necessário sempre se atentar a possíveis mudanças de paradigmas para não cair em erros de interpretação dos padrões apresentados.

01. Todos os conjuntos abaixo fazem parte de uma sequência de números. Tente compreender a lógica por trás da formação desta sequência e então **complete** o próximo elemento:

- a) {7, 9, 11, 13, _}
- b) {2, 4, 8, 16, 32, _}
- c) {1, 4, 9, 16, 25, _}
- d) {0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, _}
- e) {2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, _}

02. Diga o nome dos símbolos abaixo e **construa** a tabela-verdade de cada um deles:

- a) $\wedge$
- b) $\neg$
- c) $\rightarrow$
- d) $\oplus$
- e) $\vee$
- f) $\leftrightarrow$

03. Construa a tabela-verdade das seguintes fórmulas:

- a) $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$
- b) $(P \rightarrow Q) \vee R$
- c) $(P \vee Q) \rightarrow (P \oplus R)$
- d) $(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg (R \rightarrow Q)$
- e) $((P \wedge Q) \wedge R) \vee S$
- f) $((P \oplus \neg Q) \vee R) \leftrightarrow (S \wedge R)$
- g) $\neg (P \rightarrow (Q \oplus R)) \vee (Q \wedge P)$
- h) $(P \leftrightarrow \neg Q) \oplus (Q \vee R)$

2. Soluções

01. É importante estar atento às mudanças de paradigmas, assim como é necessário compreender a lógica de formação para ser capaz de inferir o próximo número da sequência.

- a) **15, pois é uma sequência de números ímpares ou uma sequência em que sempre se acrescenta +2 ao número anterior, começando no número 7.**
- b) **64, a sequência é baseada na multiplicação por 2, onde cada número é o anterior multiplicado por 2.**
- c) **36, é uma sequência que resulta do quadrado dos números reais em sequência $\{1^2 = 1; 2^2 = 4; 3^2 = 9; 4^2 = 16; 5^2 = 25; 6^2 = 36\}$**
- d) **21, esta é a famosa sequência de Fibonacci, onde cada número é a adição dos dois números anteriores. No caso $21 = 13 + 8$**
- e) **200, esta é quase uma pegadinha, pois o resultado é baseado em um elemento não numérico. A sequência é formada em ordem crescente por números que começam com a letra D. dois, dez, doze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, duzentos.**

Obs.: Repare como esse exercício desafia você a pensar de forma lógica para observar padrões escondidos nas sequências. Este tipo de raciocínio lógico não é muito cobrado em exercícios, mas é sempre bom praticar.

02. Lembrando que a notação mais comum na tabela-verdade para mostrar os valores de verdade é 0 = falso e 1=verdadeiro, confira os resultados abaixo.

a) Conjunção (AND)

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

b) Negação (NOT)

P	$\neg P$
0	1
1	0

c) Condicional (If-Then)

P	Q	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

d) Disjunção Exclusiva (XOR)

P	Q	$P \oplus Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

e) Disjunção Inclusiva (OR)

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

f) Bicondicional (*If and Only if*)

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

03. Para construir as tabelas devemos seguir algumas regrinhas que nos permitem alcançar todos resultados possíveis. Primeiro, a tabela terá 2^n linhas, onde n é a quantidade de premissas. Segundo, temos de fazer uma coluna para cada premissa e uma coluna para cada operação a ser resolvida. Por último, temos que respeitar a ordem das operações, assim como faríamos em uma fórmula de matemática tradicional. Vamos lá!

a) $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$

P	Q	R	$(P \rightarrow Q)$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow R$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

b) $(P \rightarrow Q) \vee R$

P	Q	R	$(P \rightarrow Q)$	$(P \rightarrow Q) \vee R$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

c) $(p \vee q) \rightarrow (p \oplus r)$

P	Q	R	$(P \vee q)$	$(p \oplus r)$	$(P \vee q) \rightarrow (p \oplus r)$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

d) $(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg(R \rightarrow Q)$

P	Q	R	$(P \leftrightarrow Q)$	$(R \rightarrow Q)$	$\neg(R \rightarrow Q)$	$(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg(R \rightarrow Q)$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0

P	Q	R	$(P \leftrightarrow Q)$	$(R \rightarrow Q)$	$\neg(R \rightarrow Q)$	$(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg(R \rightarrow Q)$
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0

e) $((P \wedge Q) \wedge R) \vee S$

P	Q	R	S	$(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \wedge R)$	$((P \wedge Q) \wedge R) \vee S$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

f) $((P \oplus \neg Q) \vee R) \leftrightarrow (S \wedge R)$

P	Q	$\neg Q$	R	S	$(P \oplus \neg Q)$	$((P \oplus \neg Q) \vee R)$	$(S \wedge R)$	$((P \oplus \neg Q) \vee R) \leftrightarrow (S \wedge R)$
0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	1

P	Q	$\neg Q$	R	S	$(P \oplus \neg Q)$	$((P \oplus \neg Q) \vee R)$	$(S \wedge R)$	$((P \oplus \neg Q) \vee R) \leftrightarrow (S \wedge R)$
1	0	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1	1

g) $\neg(P \rightarrow (Q \oplus R)) \vee (Q \wedge P)$

P	Q	R	$(Q \oplus R)$	$P \rightarrow (Q \oplus R)$	$\neg(P \rightarrow (Q \oplus R))$	$(Q \wedge P)$	$\neg(P \rightarrow (Q \oplus R)) \vee (Q \wedge P)$
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1

h) $(P \leftrightarrow \neg Q) \oplus (Q \vee R)$

P	Q	$\neg Q$	R	$(P \leftrightarrow \neg Q)$	$(Q \vee R)$	$(P \leftrightarrow \neg Q) \oplus (Q \vee R)$
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1

Considerações Finais da Aula

A lógica se aplica a situações do nosso dia a dia e não somente na matemática. É fundamental que tenhamos um raciocínio lógico, por exemplo, para constituir os pensamentos. Com isto, nesta aula, trabalhamos problemas de lógica, seus operadores e conectivos. Estes exercícios devem ser apoiados pelos indicados nas referências e nos materiais complementares desta

aula. Lembre-se sempre que o estudo da matemática deve ser seguido de muito treino, de forma a fixar conceitos e ter o pleno entendimento da resolução.

Materiais Complementares



Vídeo

Lógica Matemática - Aula 1 - Proposições e operações lógicas - Prof. Gui

2021, Matemática em Exercícios.

Estudo da lógica proposicional.

Link para acesso: <https://youtu.be/pU4l8sC-2WM> (acesso em 05 jun. 2023.)



Vídeo

Lógica Matemática - Aula 2 - Construção de tabela-verdade - Prof. Gui

2021, Matemática em Exercícios.

Construção de tabela-verdade.

Link para acesso: <https://youtu.be/DXFo4K0YJHM?list=PLvLkxtdUefNxVJRFVNBNLtNs7NvpkMIX0> (acesso em 05 jun. 2023.)



Vídeo

Lógica Matemática - Aula 3 - Implicação e Equivalência - Prof. Gui

2021, Matemática em Exercícios.

Construção de tabela-verdade.

Link para acesso: https://youtu.be/zaORBI1_o9Y?list=PLvLkxtdUefNxVJRFVNBNLtNs7NvpkMIX0 (acesso em 05 jun. 2023.)



Vídeo

Lógica Matemática - Aula 4 - Álgebra das proposições (negação dos conectivos) - Prof. Gui

2021, Matemática em Exercícios.

Construção de tabela-verdade.

Link para acesso: <https://youtu.be/f3SYau8Zuo?list=PLvLkxtdUefNxVJRFVNBNLtNs7NvpkMIX0> (acesso em 05 jun. 2023.)

Referências

NICOLETTI, M. C. A. **Cartilha da Lógica**. 3ª edição. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 2017.