



ARGUMENTOS

UNIDADE

3



José Nogueira

Livro Eletrônico

Aula 2 – Diagramas de Venn e Relações de Conjuntos

Objetivo da Aula

Compreender as relações entre os conjuntos e o diagrama de Venn, conhecido também como “diagrama Venn-Euler”.

Apresentação

Nesta aula, vamos trabalhar o diagrama de Venn, também conhecido como “diagrama Venn-Euler”, que é uma forma de representar visualmente um conjunto. Veremos que conjuntos representam a reunião de diversos objetos.

Veremos, ainda, que cores são utilizadas para facilitar sua leitura. Assim, trabalharemos sua representação gráfica, de forma a representar uniões, interseções e diferenças, por exemplo. Trabalharemos, portanto, as operações de conjunto, como união, interseção e diferença.

1. Diagramas de Venn

Em termos simples, o diagrama de Venn é uma forma de representação gráfica de um conjunto que visa facilitar o entendimento das operações básicas dos conjuntos e suas relações.

Esses diagramas são compostos de uma ou mais curvas fechadas (que, normalmente, são círculos, mas podem ser ovais), no mesmo plano, que representam os conjuntos. É comum que esses círculos se sobreponham parcialmente para representar as suas uniões/interseções. Também é comum o uso de cores distintas para facilitar a leitura do diagrama.

Assim, os componentes básicos de um diagrama de Venn são:

- **Conjuntos.**
 - Áreas circulares que representam grupos de elementos ou categorias.
 - Cada conjunto tem seu próprio nome ou letra que o representa.

- **Interseções.**

- Áreas onde os conjuntos se sobrepõem e representam os elementos que pertencem a mais de um conjunto.
- A interseção é, normalmente, rotulada com uma combinação dos nomes ou letras dos conjuntos.

- **Elementos.**

- Os objetos ou itens individuais que pertencem a um ou mais conjuntos.
- Geralmente, são representados por pontos, seja dentro ou fora dos conjuntos.

- **Universo.**

- O conjunto maior universal que contém todos os elementos em questão.
- Normalmente, representado por um retângulo ou outra forma que envolva todos os conjuntos.

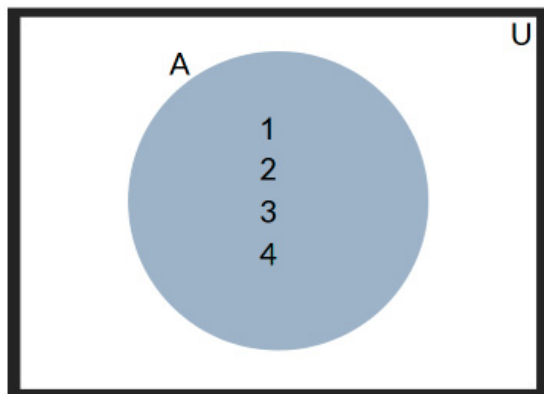
Esse método gráfico possui o nome de “Diagrama de Venn”, pois foi formalizado pelo matemático inglês John Venn e, então, acrescentado nos currículos matemáticos na década de 1960. Porém, é comum também chamar esses diagramas de “Venn-Euler”, considerando que o método usado por Euler foi um precursor para o diagrama de Venn.

Figura 1: Diagrama de Venn Lúdico sobre animais terrestres, aquáticos e voadores

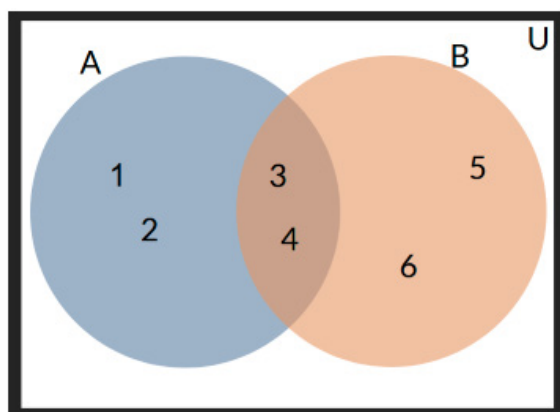


Fonte: Elaboração própria.

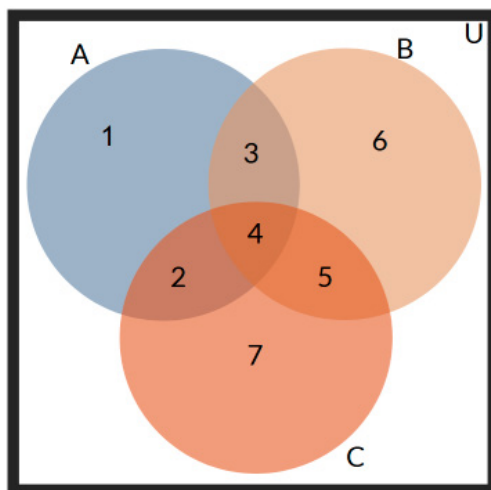
Existem várias formas possíveis de representar conjuntos, graficamente, utilizando o diagrama de Venn. Começaremos pelo mais básico: um conjunto único que é representado por um círculo e seus componentes. Considere um conjunto A, tal que $A = \{1, 2, 3, 4\}$. O diagrama ficaria assim:



Agora, considere também o conjunto B, além do A, no mesmo plano, tal que $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Esse diagrama de dois conjuntos ficaria assim:



Acrescente, então, o conjunto C, tal que $C = \{2, 4, 5, 7\}$. O diagrama ficaria assim:

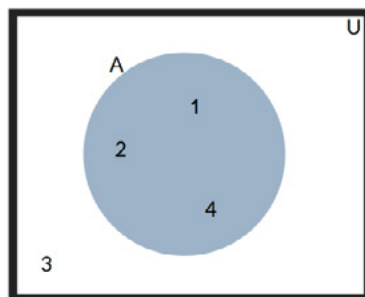


2. Relações e Operações

Com base nas propriedades e características pertencentes aos conjuntos, é possível estabelecer relações e operações em qualquer conjunto. Todas estas podem ser representadas graficamente no diagrama de Venn. Vamos compreender essas ferramentas fundamentais para a Teoria dos Conjuntos e, por consequência, para o raciocínio lógico matemático em geral.

2.1. Relações

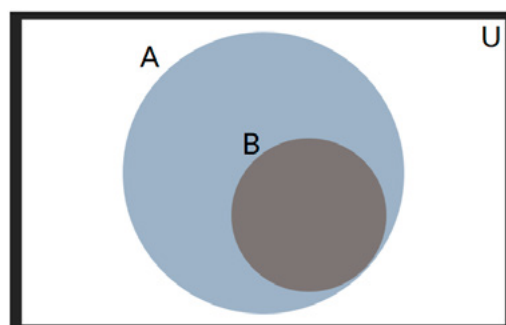
A **relação de pertinência** nos possibilita indicar se um elemento pertence ou não a determinado conjunto. Utilizamos o símbolo " $\in$ " para indicar pertinência e o símbolo " $\notin$ " para indicar não pertinência. Como fixação, considere o diagrama a seguir.



Com esse diagrama, podemos afirmar que:

- $1 \in A$
- $2 \in A$
- $3 \notin A$, porém $3 \in U$
- $4 \in A$
- O conjunto A é tal que $A = \{1, 2, 4\}$

Já a **relação de inclusão** é uma forma de indicar se um conjunto está ou não contido em outro conjunto. Em outras palavras, se ele é um subconjunto ou não. Para isso, utilizamos os símbolos " $\subset$ " e " $\not\subset$ " como contido e não contido respectivamente. Observe isso em um diagrama de Venn:



Podemos, então, fazer as seguintes afirmações:

- $B \subset A$
 - Todos os elementos de B também são elementos de A.
 - Logo, B está contido em A.
 - B é um subconjunto de A.
- $A \subset U$
 - Podemos fazer a mesma afirmação quanto à relação entre o conjunto A e o conjunto U (Universo).
- $A \not\subset B$
 - O conjunto A não está contido em B; é o contrário nesse caso.

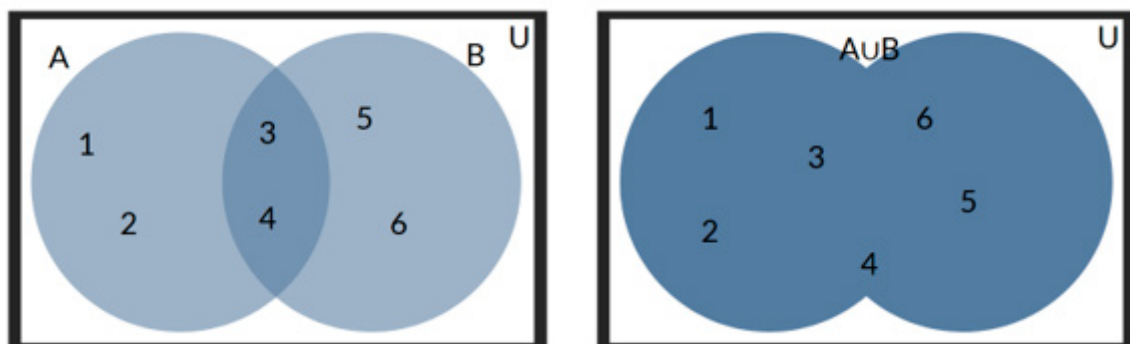
2.2. Operações

Enquanto podemos considerar as relações apenas observações dos conjuntos entre si, as operações são capazes de alterar e fazer novos conjuntos.

Começaremos pela **união de conjuntos**, que é uma operação em que dois ou mais conjuntos são unificados em um novo conjunto que compõe os elementos de todos os conjuntos que o formaram. Se A e B são dois conjuntos, a união deles ($A \cup B$) é formada por todos os elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B. A seguir, vamos ver a expressão formal e o diagrama de Venn que representam essa operação:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Lemos isso assim: a **união dos conjuntos A e B é um conjunto de elementos x, tal que x pertence a A ou x pertence a B.**



Podemos fazer várias observações nesse diagrama de Venn apresentado:

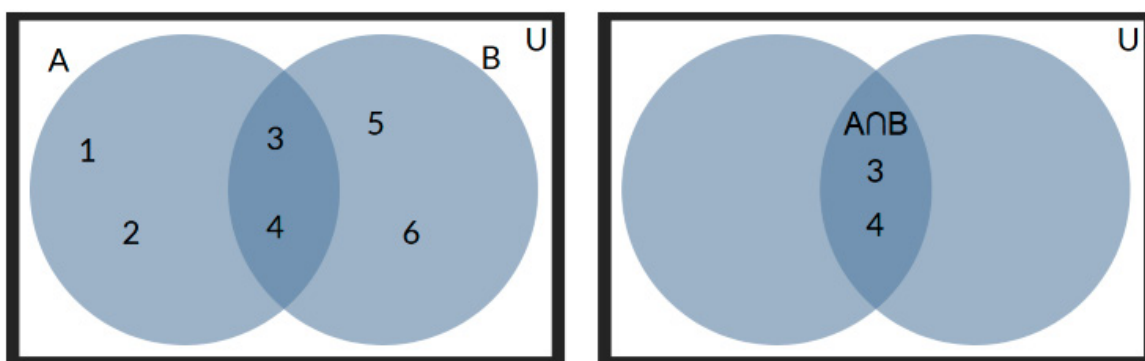
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6\}$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - Note que os conjuntos A e B compartilham os elementos 3 e 4, porém eles não são duplicados no conjunto união.
- $A \subseteq (A \cup B)$
 - Ou seja, o conjunto A está contido no conjunto união $A \cup B$.

A **interseção de conjuntos**, por sua vez, é quando é formado um novo conjunto pelos elementos que pertencem, ao mesmo tempo, a todos os conjuntos em questão. Se considerarmos dois conjuntos, A e B, a interseção entre eles é formada por elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B ao mesmo tempo. Assim, essa interseção passa a ser o novo conjunto nessa operação. Confira a expressão formal e o diagrama de Venn a seguir:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Destaque

A interseção dos conjuntos A e B é um conjunto de elementos x, tal que x pertence ao conjunto A e pertence ao conjunto B.



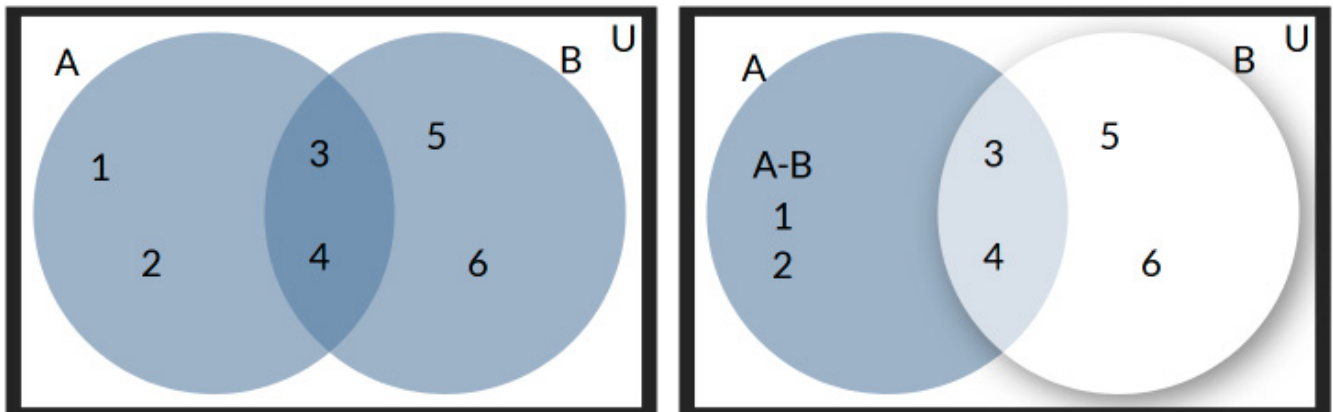
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{3, 4\}$
- $A \cap B \subseteq A$
 - A interseção entre A e B é um subconjunto de A.
- $A \cap B \subseteq B$
 - A interseção $A \cap B$ está contida no conjunto B.

Já a **diferença de conjuntos** é quando formamos um conjunto com os elementos que pertencem a um, mas não ao outro conjunto dessa relação. Se considerarmos um conjunto A e um conjunto B e fizermos a operação $A - B$, retiramos todos os valores que pertencem ao B, deixando apenas os que pertencem exclusivamente ao A. Observe:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Destaque

A menos B é um conjunto de elementos x, tal que x pertence ao conjunto A e não pertence ao conjunto B.



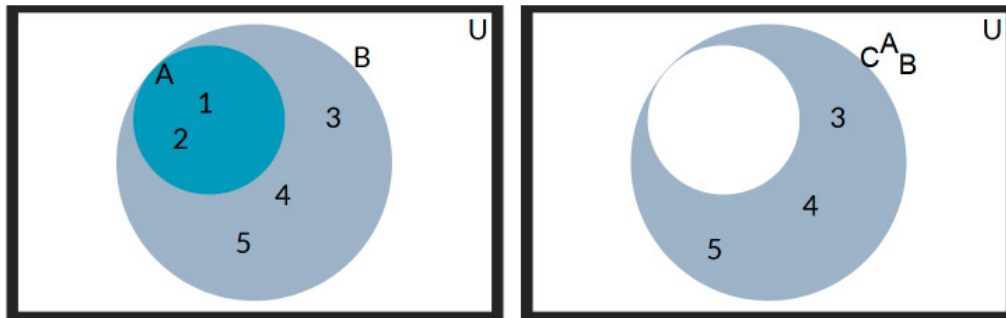
- A diferença entre A e B é um conjunto que possui somente os elementos “1” e “2”.
 - Retiramos todos os elementos que pertencem ao conjunto B (3, 4, 5, 6), até mesmo aqueles que também pertencem a A (3, 4), deixando somente os exclusivos ao conjunto A.

Por fim, vamos para a operação de **conjuntos complementares**. Considere dois conjuntos, A e B, sendo que A está contido em B. A diferença de $B - A$ é chamada de “complementar” de A em relação a B. Podemos, então, dizer que o complementar é formado por todos os elementos que não pertencem ao conjunto A em relação ao conjunto B, no qual o conjunto A está contido. Pode parecer confuso, mas a formalização e o diagrama de Venn nos ajuda a entender melhor. Confira:

$$C_B^A = B - A$$

Destaque

O complementar do conjunto A em relação ao conjunto B é a diferença entre o conjunto A e o conjunto B.



- $A = \{1, 2\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $C_B^A = \{3, 4, 5\}$
 - O complemento de A em relação a B são os elementos 3, 4 e 5.

Considerações Finais da Aula

Como vimos, os diagramas de Venn são um instrumento extremamente importante na Teoria dos Conjuntos, de forma a facilitar a compreensão dos conjuntos e de seus conceitos básicos e operações. Vimos, ainda, como são estabelecidas as relações e operações nos conjuntos.

As operações que trabalhamos foram: (i) união de conjuntos, que é uma operação em que N conjuntos são unificados em um conjunto novo, com todos os elementos de todos os conjuntos; (ii) interseção de conjuntos, com a construção de um novo conjunto, com os elementos que pertencem a todos conjuntos concomitantemente; (iii) diferença de conjuntos, com elementos que pertencem somente ao conjunto selecionado, ou seja, não estão em nenhum outro conjunto da operação. Além disso, vimos a relação de pertinência de um elemento pertencer ou não a determinado conjunto.

Materiais Complementares



Artigo

Diagrama de Venn

2023, Robson Luiz. Brasil Escola.

Venha conhecer esse material que apresenta as representações do diagrama de Venn, a relação de pertinência e as operações entre conjuntos.

Link para acesso: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/diagrama-de-venn.htm> (acesso em 2 jun. 2023.)

**Diagrama de Venn – Problema de conjuntos**

2017, Matemática no papale.

Link para acesso: <https://youtu.be/OfqEHgFVgCg> (acesso em 2 jun. 2023.)

Referências

MENEZES, Paulo Blauth; TOSCANI, Laira Vieira; LÓPEZ, Javier García. Aprendendo matemática discreta com exercícios. 19. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011. E-book. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788577805105>. Acesso em: 9 abr. 2023.

SMOLE, Kátia Stocco; MUNIZ, Cristiano Alberto. A matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. E-book. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788563899842>. Acesso em: 9 abr. 2023.