

## Aula 3 – Tautologias, Contradições e Contingências

### Objetivo da Aula

Compreender quais são os tipos possíveis de argumentos lógicos, saber identificar uma tautologia, contradição e contingência e saber a diferença entre essas.

### Apresentação

Nesta aula, trataremos dos tipos de argumentos lógicos, como a tautologia. Veremos que, na lógica proposicional, a tautologia é uma proposição cujo valor lógico é verdadeiro para todas as várias combinações de valores lógicos das premissas que o compõem. Abordaremos, também, a contradição, que é um argumento cujo valor lógico será falso, sendo oposto à tautologia. Outro tópico que trabalharemos é a contingência, cujo valor lógico é indeterminado, podendo ser verdadeiro ou falso.

Vamos lá!!

### 1. Tautologia

Tautologia é um conceito muito importante para a lógica proposicional. Podemos descrever e definir uma tautologia como uma proposição que é verdadeira, independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõem. Outra forma de compreender isso é dizer que a tautologia é uma proposição que sempre será verdadeira, não importando quais sejam as condições que a envolvem.

Para identificar uma tautologia, é necessário construir uma tabela-verdade para a sentença lógica e, assim, destrinchar as proposições em questão. Essa tabela-verdade deve sempre mostrar todas as possibilidades de valores lógicos das proposições componentes e, assim, mostrar o resultado da sentença como um todo. No caso de todos os resultados retornarem como verdadeiro, podemos afirmar que essa proposição é uma tautologia.

Vamos ver um exemplo simples para compreendermos melhor esse conceito.

### EXEMPLO

Considere a sentença “o número é par ou não par”. Podemos considerar, nessa sentença lógica, a proposição  $P$  = “o número é par”, assim como podemos considerar  $\neg P$  = “o número não é par”. Desse modo, podemos formalizar e abstrair essa sentença da seguinte forma,  $P \vee \neg P$ , cuja tabela-verdade ficaria assim:

| P | $\neg P$ | $P \vee \neg P$ |
|---|----------|-----------------|
| V | F        | V               |
| F | V        | V               |

Repare que, independentemente dos valores iniciais de verdade da proposição, o resultado sempre retorna como verdadeiro, tornando essa sentença lógica uma tautologia.

Vamos observar mais exemplos de sentenças lógicas que podemos afirmar ser tautologias para praticar. Observe a sentença e tente você mesmo construir a tabela-verdade; então, confira o seu resultado com o exemplo explicado aqui. Vamos lá!

$$(p \wedge q) \rightarrow p$$

| P | Q | $(P \wedge Q)$ | $(P \wedge Q) \rightarrow P$ |
|---|---|----------------|------------------------------|
| V | V | V              | V                            |
| V | F | F              | V                            |
| F | V | F              | V                            |
| F | F | F              | V                            |

- A coluna  $(p \wedge q)$  mostra o valor lógico da conjunção entre P e Q.
  - Esse valor só retorna verdadeiro quando ambos P e Q são verdadeiros.
- A coluna final “ $(p \wedge q) \rightarrow p$ ” mostra o valor lógico da expressão completa.
  - O símbolo  $\rightarrow$  denota implicação.
    - Nessa expressão, ele retorna verdade quando a proposição consequente “P” for verdadeira.
    - Ou quando a proposição antecedente “ $(p \wedge q)$ ” for falsa.
- Tudo isso somado torna a sentença uma tautologia.

$$(P \wedge Q) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$$

| P | Q | $(P \wedge Q)$ | $(P \leftrightarrow Q)$ | $(P \wedge Q) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$ |
|---|---|----------------|-------------------------|--------------------------------------------------|
| V | V | V              | V                       | V                                                |
| V | F | F              | F                       | V                                                |
| F | V | F              | F                       | V                                                |
| F | F | F              | V                       | V                                                |

- $(P \wedge Q)$  é verdade somente quando ambas as proposições são verdadeiras.
- $(P \leftrightarrow Q)$  é verdadeiro somente quando as proposições foram verdadeiras ou falsas.
- $(P \wedge Q) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$  só seria falso se a primeira proposição " $(P \wedge Q)$ " fosse verdadeira e a segunda falsa " $(P \leftrightarrow Q)$ ", porém isso não é uma possibilidade nessa expressão lógica, o que significa que todas as possibilidades resultam em valor de verdade.

Tendo compreendido melhor o que é uma tautologia, é necessário tomar cuidado para não entrarmos no erro de considerar uma proposição verdadeira uma tautologia. O que quero dizer com isso?

### EXEMPLO

Considere a seguinte afirmação: "Rio de Janeiro é uma cidade do Brasil". Essa proposição é simplesmente verdadeira, não uma tautologia.

Para que seja considerada uma tautologia, deve ser uma sentença composta de conectivos e operadores lógicos, possivelmente com mais de uma proposição, que sempre retorna o valor de verdadeiro no final das contas, independentemente dos valores de entrada de verdade das proposições.

## 2. Contradição

Uma contradição lógica acontece quando uma proposição é simultaneamente verdadeira e falsa. Ou seja, é uma situação em que dois fatos ou ideias opostas são afirmados simultaneamente e, portanto, não podem ser verdadeiros ao mesmo tempo.

Formalmente, podemos observar que o resultado esperado de uma tabela-verdade de uma contradição lógica é o contrário do esperado para uma tautologia. Logo, o resultado de uma tabela-verdade de uma contradição deve ser apenas falso.

### EXEMPLO

Observe a seguinte afirmação:

"Esta afirmação é falsa".

Se essa afirmação é verdadeira, então ela é falsa, o que a torna falsa. Mas, se ela é falsa, então ela é verdadeira, o que a torna verdadeira.

Portanto, a proposição é uma contradição lógica. São duas ideias opostas e exclusivas. Se expandirmos esse exemplo para algo como "Essa sentença é verdadeira e essa sentença é falsa", podemos montar a sua fórmula e, consequentemente, a tabela-verdade, que nos demonstra que todas as alternativas resultam em valores falsos:

$$p \wedge \neg p$$

| P | $\neg P$ | $P \wedge \neg P$ |
|---|----------|-------------------|
| V | F        | F                 |
| F | V        | F                 |

Vamos juntos, então, analisar uma sentença mais complexa para que seja possível conferir se realmente se trata de uma contradição:

$$(P \vee \neg Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge Q)$$

| P | Q | $\neg P$ | $\neg Q$ | $(P \vee \neg Q)$ | $(\neg P \wedge Q)$ | $(P \vee \neg Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge Q)$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|---------------------|-----------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | V                 | F                   | F                                                   |
| V | F | F        | V        | V                 | F                   | F                                                   |
| F | V | V        | F        | F                 | V                   | F                                                   |
| F | F | V        | V        | V                 | F                   | F                                                   |

Seguindo o passo a passo, primeiro explicitamos todos os valores possíveis para as proposições P e Q e, então, fazemos as suas negações  $\neg P$  e  $\neg Q$ . Com isso estabelecido, podemos fazer as duas proposições compostas principais da sentença  $(P \vee \neg Q)$  e, em seguida,  $(\neg P \wedge Q)$ . Por fim, resolvemos a proposição bicondicional final, que nos entrega o resultado de tudo. Analisando o resultado, podemos observar que todas as alternativas nos levam a valores lógicos “falso”, tornando essa sentença uma contradição lógica.

## 2.1. Paradoxos e Antinomias

Esses termos se referem a dois tipos distintos de sentenças contraditórias. Enquanto o paradoxo é uma proposição contraditória por si só, uma antinomia possui duas proposições que se contradizem e invalidam mutuamente.

Entenda: um **paradoxo** é uma proposição que por si só é contraditória. Dessa forma, não há necessidade de outra proposição para que a sentença produza somente resultados negativos; aliás, como não há conectivos ou operações lógicas, sequer é possível fazer a tabela-verdade.

O exemplo clássico desse tipo de contradição é o exemplo do mentiroso, que diz assim:

### EXEMPLO

“Eu sou mentiroso”.

Observando bem, fica claro que essa frase nunca pode alcançar valores lógicos de verdade. Isso porque, se o locutor é de fato mentiroso, ele teria mentido sobre ser mentiroso, o que o tornaria genuíno e tornaria a frase falsa. Porém, se a frase for falsa, o locutor seria genuíno, então ele teria mentido para falar essa frase, tornando ele um mentiroso. Quem diz a verdade não poderia falar que é um mentiroso, logo não poderia fazer a afirmação de cima; já quem é mentiroso deve mentir, não podendo ser sincero e admitir a verdade sobre sua natureza.

Confuso, né? Paradoxos costumam dar um nó em nossas cabeças mesmo. Por isso, precisamos de fundamentos de raciocínio lógico e matemático para evitar cair nessas contradições.

A **antinomia**, por sua vez, é mais fácil de se compreender e até mesmo de identificar. Denominamos de “antinomia” uma sentença que possui pelo menos duas proposições antagônicas que não podem ser verdades simultaneamente, pois a veracidade de uma contraria a verdade da outra. Um exemplo fácil para compreender isso didaticamente seria:

#### EXEMPLO

“Fulano estudou para a prova e Fulano não estudou para a prova”.

Observe como essas proposições são contrárias uma à outra; apesar de o conectivo lógico fazer a ponte e ligar uma à outra, é impossível extrair um valor de verdade dessa sentença. Acontece que essa afirmação nega aquilo que ela mesma diz. Isso torna evidente que essa afirmação é, na verdade, uma contradição.

### 3. Contingência

A contingência é o terceiro tipo de proposição lógica possível. Enquanto uma proposição tautológica sempre é verdadeira e uma proposição contraditória é sempre falsa, uma proposição de contingência pode ser verdadeira ou falsa. Por isso é o tipo mais comum de proposição e a que é utilizada, de forma natural, com mais frequência nos estudos de raciocínio lógico.

A esta altura, espero que você, aluno, já compreenda bem as proposições do raciocínio lógico proposicional. Ainda assim, vou dar um exemplo simples para que não haja dúvidas sobre o que estou falando.

#### EXEMPLO

Considere a seguinte sentença lógica:

“Fulano é estudioso e é matriculado no Gran Faculdade”.

Podemos dividir essa sentença em suas proposições componentes da seguinte forma:

P = Fulano é estudioso.

Q = Fulano é matriculado no Gran Faculdade.

Então, analisamos o conectivo lógico que opera essa sentença, o “e”, e podemos formalizar isso da seguinte forma:  **$P \wedge Q$**

Se conferirmos a tabela-verdade de um conectivo de conjunção, seria assim:

| P | Q | $P \wedge Q$ |
|---|---|--------------|
| V | V | V            |
| V | F | F            |
| F | V | F            |
| F | F | F            |

Repare como o resultado do valor lógico pode ser verdadeiro ou falso. Isso serve de prova para que possamos afirmar que a sentença lógica acima é uma proposição de contingência.

## Considerações Finais da Aula

Vimos que a tautologia não adiciona informação para ajudar no processo de uma dedução lógica e não acrescenta subsídios para apoiar a capacidade argumentativa. O mesmo raciocínio deve ser utilizado para uma contradição, que também não apoia o processo de dedução lógica, sendo que esta também não permite o seu emprego para apoiar a argumentação lógica. Outro tema de que tratamos foi a contingência, de modo que o seu resultado é dependente do valor lógico das premissas que a compõem.

## Materiais Complementares

### Artigo

#### Noções de Lógica

2010, Gustavo Augusto Lima de Campos e Jerffeson Teixeira de Souza.

Explica a noção de programação em lógica, em que o conceito de computação se confunde com o conceito de dedução.

Link para acesso: [https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/10485227102014Logica\\_I\\_-\\_aula\\_01.pdf](https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/10485227102014Logica_I_-_aula_01.pdf) (acesso em 25 abr. 2023.)

### Vídeo

#### Introdução à Lógica

2021, Conexão Filosófica.

Canal com uma série de vídeos de introdução à lógica, com visão da área de filosofia.

Link para acesso: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLyYCX2umezbbg1crrqMqax-C6mt78dapQa> (acesso em 25 abr. 2023.)

## Referências

NICOLETTI, Maria do C. *A Cartilha da Lógica*. 3. ed. [s.l.]: Grupo GEN, 2017. E-book. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521633433/>. Acesso em: 22 mar. 2023.