

Aula 3 – Pensamento Lógico Matemático

Objetivo da Aula

Compreender a importância da matemática no raciocínio lógico, crítico e criativo, além de conhecer os conceitos básicos e fundamentais na criação do raciocínio lógico.

Apresentação

A matemática, entre outras maravilhas, introduz o raciocínio lógico, crítico e criativo. A utilização de conceitos lógicos matemáticos evita que o pesquisador caia em falácias e impõe que os estudos sejam conclusivos com base em fórmulas lógicas.

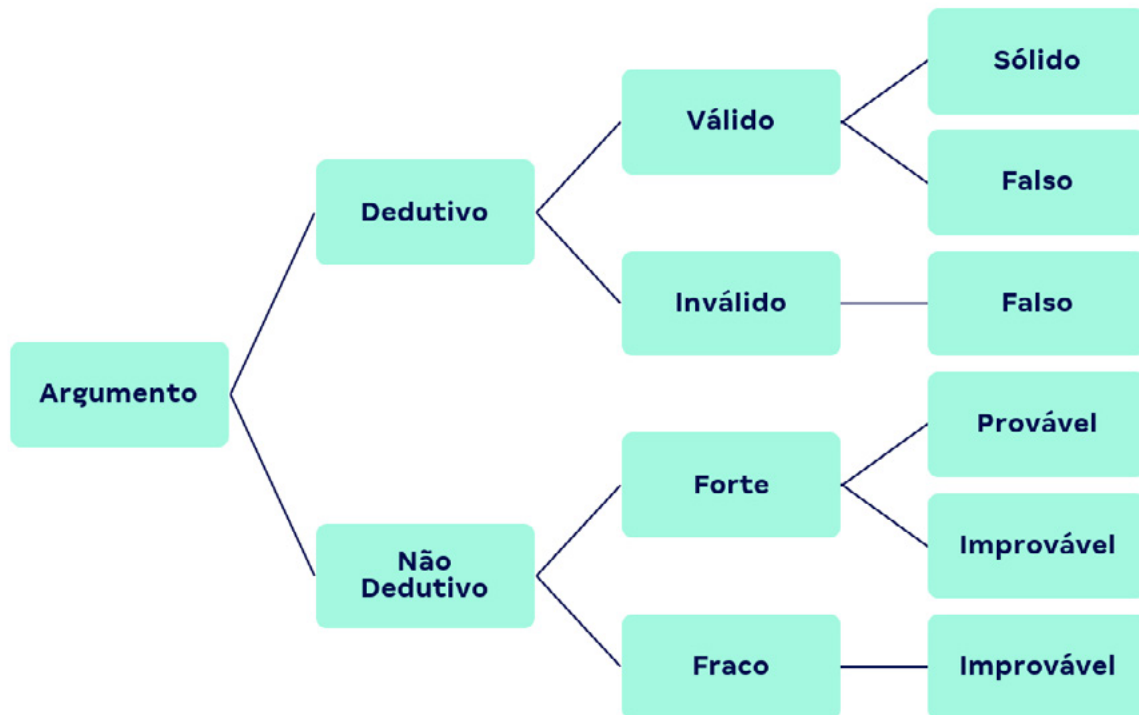
Além de fórmulas de aritmética, geometria e trigonometria, a matemática possui todo um campo aproximado dos ensinamentos de filosofia, íntimo de filósofos gregos que utilizavam termos matemáticos para provar seus pontos e debates.

1. O que é o Raciocínio Lógico?

Começamos o raciocínio lógico analisando uma premissa, depois avaliamos os argumentos dessa premissa de acordo com as normas de lógica e, assim, somos capazes de inferir resultados. Todo este conjunto de elementos é uma proposição. Esse processo, vagamente explicado, é o raciocínio lógico. A prática de utilizar o raciocínio lógico consiste em utilizar uma série de normas pré-definidas para chegar a conclusões de problemas.

Regras, ou normas, fundamentais são utilizadas para que se garanta a integridade do raciocínio, dos argumentos e da conclusão, de forma que todos sejam convincentes para qualquer ser racional. Existem diferentes escolas, ou tipos, de raciocínios lógicos que oferecem retornos variantes de quão corretas são as conclusões alcançadas. Observe a imagem a seguir:

Figura 1: Raciocínio lógico e a certeza de seus argumentos



Fonte: Adaptado de Wikipedia. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Argument_terminology.svg>. Acesso em 9 de março de 2023.

Nesta imagem podemos observar duas linhas de argumentação para o raciocínio lógico que apresentam diferentes resultados de conclusão. Essas linhas são o **argumento dedutivo** e o **argumento indutivo**. O argumento dedutivo oferece os resultados mais conclusivos, pois não há possibilidade de a conclusão ser falsa caso todas as premissas sejam verdadeiras. Considere o exemplo abaixo:

EXEMPLO

- a. Todos os animais morrem.
- b. O ser humano é um animal.
- c. Todo ser humano morre.

Se as premissas A e B forem verdade, a premissa C deve, obrigatoriamente, também ser verdade. É dessa forma que o pensamento dedutivo garante suas conclusões.

Um argumento não dedutivo, por sua vez, oferece conclusões logicamente convincentes, porém não pode garantir a verdade de seus resultados. O que essa linha de argumentação oferece, no entanto, é a probabilidade de o resultado estar correto de acordo com suas premissas. Observe o exemplo abaixo:

EXEMPLO

- a. Sempre que chove a grama fica molhada.
- b. A grama está molhada.
- c. Provavelmente choveu.

Podemos ver neste exemplo que as premissas A e B são verdadeiras, porém não podemos aferir que a C também seja. A conclusão, ou C, é uma indução formada pelos argumentos e premissas propostos.

É importante também destacar as **falácias lógicas**, raciocínios errados que podem parecer verdadeiros de relance. Esses argumentos são logicamente incoerentes e falhos.

2. Método Dedutivo

O método dedutivo se resume a inferir conclusões válidas que seguem a verdade de suas premissas. Muito utilizado por matemáticos, esse método é o primeiro exemplo que deve vir a sua cabeça ao pensar em raciocínio lógico. Ele pode ser expressado da seguinte forma reduzida:

- Se $A=B$
- E $B=A$
- Então $A=C$

A esta altura você pode já ter reparado na imagem lá em cima que mostra que um argumento dedutivo pode ser válido ou não e está se perguntando o que isso significa. Bem, um argumento dedutivo válido é aquele em que se atesta a veracidade de suas premissas, de forma que sua conclusão é válida e verdadeira. Um argumento dedutivo inválido é aquele que possui premissas falsas, resultando em uma conclusão falsa.

Alguns pensadores debatem sobre a dedução. A dedução pode ser definida em termos de intenção do autor, ou seja, a intenção do autor de que as premissas sejam verdadeiras (baseadas em fé, não somente fatos), mantem a validade dos argumentos para ele. Dessa forma, apesar da conclusão do argumento não ser verdadeiro, ele se mantém como um argumento dedutivo válido de acordo com as regras de lógica dedutiva. Para outros pensadores, o fato de uma premissa ser baseada em fé inválida o argumento como um todo. Por isso podemos observar que mesmo um argumento dedutivo válido pode possuir conclusões falsas.

A maior diferença de um argumento dedutivo para um argumento não dedutivo é que a verdade das premissas de um argumento dedutivo garante a verdade de sua conclusão. Essa verdade pode ser aferida de duas formas diferentes, com abordagem sintática ou semântica.

A **abordagem sintática** afirma que um argumento é dedutivamente válido se sua forma, estrutura ou sintaxe for sólida. Ou seja, se dois argumentos ou premissas utilizam a mesma forma lógica e sintática, a conclusão deles deve ser verdadeira.

Já a **abordagem semântica** é difícil de ser definida devido à dificuldade de expressar a premissa em uma linguagem formal. Neste caso, as formas lógicas das premissas podem ser diferentes e extremamente difíceis de serem colocadas na mesma forma, porém a interpretação das premissas pode levar à conclusão dedutiva semântica deste argumento.

Essas formas lógicas citadas acima são modos de apresentar os argumentos seguindo instruções rígidas. Confira abaixo:

- **Modus ponte**, ou lei do desapego
 - Apenas uma instrução condicional é proferida.
 - Se A, então B (instrução condicional).
 - C (hipótese)
 - B (conclusão)
 - Um exemplo menos abstrato:

EXEMPLO

Se está de noite, podemos ver as estrelas.

Está de noite.

Portanto, podemos ver as estrelas.

- **Modus tollens**
 - Se uma conclusão de uma sentença condicional é falsa, sua hipótese deve, também, ser falsa.
 - Se A, então B.
 - Não C.
 - Não B.
 - Menos abstrato:

EXEMPLO

Se está de noite, podemos ver as estrelas.

Está de dia.

Portanto, não podemos ver as estrelas.

- Lei do silogismo
 - Duas premissas condicionais formam uma conclusão que combina as hipóteses com a conclusão.
 - Se A, então B.
 - Se B, então C.
 - Portanto, A igual a C.
 - Menos abstrato:

EXEMPLO

Se está na hora do rush, há engarrafamento.

Se fulano vai trabalhar, ele sai na hora do rush.

Portanto, se Fulano vai trabalhar, ele enfrenta engarrafamento.

Para que o raciocínio dedutivo ocorra, no entanto, é necessário que se sigam as regras de inferência. Um conjunto de regras que nos permite chegar a conclusões a partir de uma série de premissas. Existem lógicas desviantes que não seguem essas regras, mas no geral são utilizadas regras clássicas, que, apesar de não serem descritas, possuem as seguintes características:

- Se a hipótese for verdadeira, então a conclusão é verdadeira.
- Verificação de tipos é baseada em inferência, se E1 e E2 têm certos tipos, então E3 tem um certo tipo.
- Regras de inferência são uma notação compacta para comandos de implementação.
- Inicia-se com um sistema simplificado de regras ao qual adiciona-se novas características gradualmente.
- As premissas são regras sem hipóteses.

3. Métodos Não Dedutivos

A maior diferença entre argumentos dedutivos e não dedutivos é que o método não dedutivo se apoia em suas premissas para inferir uma conclusão, porém o fato de as premissas serem verdadeiras não garante que a conclusão do argumento também seja verdadeira, apenas aumenta a probabilidade. Os métodos não dedutivos podem ser divididos em dois outros métodos: indutivo e abdutivo.

Essa definição de métodos não dedutivos nos demonstra a diferença básica entre eles, porém podemos extrair mais um pouco disso. O método dedutivo utiliza premissas verdadeiras e faz argumentos sólidos apenas com informações já existentes, não se acrescenta nada,

apenas se conclui. Os métodos não dedutivos utilizam as premissas para tentar chegar a conclusões que não são óbvias pela falta de informação. Dessa forma, pode-se aprender coisas novas ao se deduzir dessa maneira.

Exatamente por esses motivos podemos ver cientistas, médicos e detetives utilizando bastante este método. Todas essas profissões possuem alguns fatos, mas não todos. Devendo, portanto, inferir argumentos baseados nas premissas que possuem para chegar a conclusões prováveis, porém não podem garantir sua verdade, a não ser que sejam testadas. Tal qual um palpite médico, ou investigativo, ou uma hipótese em uma pesquisa científica.

3.1. Método Indutivo

O método indutivo, ou indução, é um processo lógico que avalia premissas e, então, fornece fundamentação conclusiva, porém não absoluta. Nesse método, o indutivista começa com uma observação de um fenômeno e então elabora uma hipótese que alcança uma conclusão, porém essa conclusão é formada de um salto lógico.

Quanto maior e mais consistente for a observação, mais fortes ficam os argumentos indutivos, porém continuam sem uma resposta definitiva, apenas probabilidade. Por esse motivo, o método lógico indutivo é muito próximo da ciência da estatística.

A enumeração de dados, ou observações, e experiências feitas devem ser suficientemente grandes para que a probabilidade do argumento seja alta. Porém, este salto lógico efetuado para se alcançar a conclusão é o defeito desse método, pois não importa quantos casos você encontre que comprovem a sua conclusão, basta um caso negativo para invalidar todo o argumento de vez, fato impossível no argumento dedutivo sólido.

Esse fator faz com que o método indutivo seja extremamente utilizado em ciências experimentais, pois ele nos dá probabilidades estatísticas com uma boa parcela de certeza, caso a estatística seja seguida corretamente. Este fator também significa que o princípio de indução não pode nunca ser considerado uma verdade lógica e pura, tal qual uma tautologia. As inferências indutivas são formadas de observações e somente isso, não há provas, apenas possibilidades. Vamos a exemplos:

EXEMPLO

Exemplo 1

- a. Todo cachorro morre.
- b. Todo peixe morre.
- c. Toda ave morre.
- d. Todo sapo morre.
- e. Cachorros, peixes, aves e sapos são animais.
- f. Logo, todos animais são mortais.

Repare como não podemos afirmar isso, pois não possuímos todas as premissas possíveis. Apesar de todo animal já observado ter morrido, não somos capazes de observar todos os animais, tornando este método indutivo completo provável, porém não pode ser afirmado.

Exemplo 2

- a. Ao começar o dia, primeiro o Sol nasce.
- b. Ao começar o dia, segundo o Sol nasce.
- c. Ao começar o dia, terceiro o Sol nasce.
- d....
- e. Ao começar o dia N, o Sol nasce.
- f. Logo, todos os dias o Sol nascerá.

Apesar de lógica, esta afirmação se mantém indutiva, pois não temos como saber o que ocorrerá no dia de amanhã, porém a nossa amostra de dias observados é enorme, tão grande e antiga quanto o tempo que os seres humanos existem, tornando-a extremamente provável.

3.2. Abdução

Este método de inferência para argumentação lógica costuma ser utilizado em pesquisas acadêmicas. A abdução é a inferência pela melhor explicação plausível. Ela pode ser mais bem explicada da seguinte forma:

- O fenômeno B tem sido observado.
- A **pode** explicar B.
- Logo, é provável que A esteja certo.

Repare como neste método o salto lógico da inferência se torna ainda maior. A hipótese A, se verdadeira, explicaria B e nenhuma outra explicação poderia explicar tão bem A quanto B. Parece confuso, certo?

Pense da seguinte forma, em uma pesquisa acadêmica, muitas vezes estamos lidando com fatores e fenômenos que ainda são inexplicáveis devido à nossa tecnologia e avanços científicos. Porém, pode surgir uma hipótese capaz de explicar esses fenômenos de forma impressionante, mas nossa tecnologia e ciência são ainda incapazes de comprovar. Dessa forma, o método de abdução lógica nos permite chegar a conclusões prováveis além do alcance de nosso próprio tempo.

Um exemplo prático disso seria a lei da gravitação de Newton que, no século XVII, definiu a gravidade como uma força e nos comprovou isso matematicamente e logicamente. No século XIX, Einstein desenvolveu a teoria da relatividade. Entre outras coisas, a teoria da relatividade sugere que o espaço e o tempo são a mesma coisa, de forma que a gravidade

não é uma força da natureza, mas sim uma deformação do espaço-tempo causada pelos corpos que ali estão naquele momento. Essa teoria de Einstein segue assim, apenas uma teoria. Cada vez mais aceita, pois explica muita coisa sobre nosso universo, mas não temos como prová-la, apenas abduções lógicas são capazes de nos fazer compreendê-la para tentar avançar nosso entendimento do universo.

Podemos então reparar que na abdução não buscamos uma função de verdade, mas uma relação de causalidade. Ela estabelece a probabilidade de a conclusão da inferência ser real, e não a verdade do argumento em si. Este é o poder do pensamento lógico, abstração tão profunda que é capaz de fazer os pensamentos irem além das tecnologias e ciências de nosso tempo.

3.3. Falácias

Uma falácia é um raciocínio errado que aparenta ser verdadeiro. Uma falácia lógica é um argumento incoerente, sem fundamento e inválido, mas parece verdadeiro de alguma forma. Muitas vezes o argumento que se conclui em uma falácia é construído em cima de premissas emocionais, íntimas ou psicológicas que tornam extremamente difícil identificar corretamente as falácias. Falácias cometidas involuntariamente, como erros, são chamadas de *paralogismos*, enquanto falácias reproduzidas propositalmente para confundir e manipular uma discussão são chamadas de *sofismas*. Observe o exemplo abaixo:

- O fogo é quente, pois:
 - Ele é vermelho.
 - Medi sua temperatura.

Observe como a conclusão só é verdadeira devido à medição da temperatura. Afirmar que o fogo é quente pois ele é vermelho é uma falácia lógica, pois a premissa não é verdadeira. Deve-se então compreender que é possível que um argumento possua falácias e tenha uma conclusão verdadeira, mesmo que a falácia o torne inválido.

Considerações Finais da Aula

Agora que compreendemos um pouco melhor o pensamento lógico matemático, podemos compreender por que os filósofos gregos passavam tanto tempo pensando sobre este segmento da ciência humana.

Utilizar formas lógicas e aplicar argumentos válidos e verdadeiros possibilitam que conclusões prováveis e/ou sólidas sejam alcançadas. Muitas carreiras e profissões dependem diretamente da utilização desses métodos, como investigadores, pesquisadores científicos, cientistas experimentais, médicos, filósofos e matemáticos.

Estar munido de informações e premissas válidas tornam a nossa tomada de decisão mais completa e definitiva. Portanto, todos podemos aprender um pouco ao aplicar lógica no nosso dia a dia e em nossas carreiras para que possamos criar hipóteses e premissas mais realistas que tornam nossas conclusões mais prováveis ou sólidas.

Materiais Complementares



Gran - Raciocínio Lógico Matemático – Operadores Lógicos Fundamentais

O material apresenta os conceitos básicos sobre proposições e operadores lógicos.

Link para acesso: <https://www.grancursosonline.com.br/download-demonstrativo/download-aula-pdf-demo/codigo/HLVwffARIUU%3D>

Referências

QUILELLI, Paulo. *Raciocínio lógico matemático para concursos*, 3ª edição. São Paulo: Editora Saraiva, 2015. E-book. ISBN 9788502628427. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788502628427/>. Acesso em: 09 mar. 2023.

VILLAR, Bruno. *Raciocínio Lógico-Matemático Facilitado*. São Paulo: Grupo GEN, 2019. E-book. ISBN 9788530987367. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788530987367/>. Acesso em: 09 mar. 2023.

WIKIPEDIA. *Argument terminology*. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Argument_terminology.svg. Acesso em 09 mar. 2023.